

2025-2026 学年浙江省杭州市西湖区八年级（上）期末数学试卷

一、仔细选一选

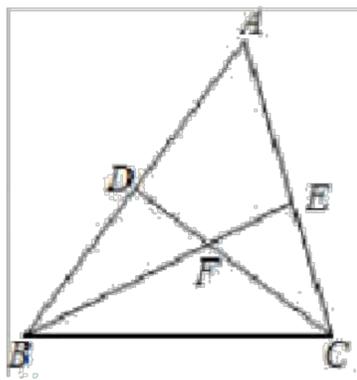
1. 点 $(-3, 2)$ 在第 () 象限.

A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

2. 在直角坐标系中与 $(2, -3)$ 在同一个正比率函数图象上的是 ()

A. $(2, 3)$ B. $(-2, -3)$ C. $(4, -6)$ D. $(-4, -6)$

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 、 $\angle C$ 的均分线 BE ， CD 订交于点 F ， $\angle A=60^\circ$ ，则 $\angle BFC=$ ()



A. 118° B. 119° C. 120° D. 121°

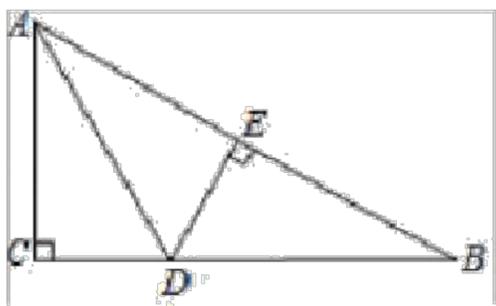
4. 已知 $(-1, y_1)$ ， $(1, y_2)$ 是直线 $y=-9x+6$ 上的两个点，则 y_1, y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 > 0 > y_2$ B. $y_1 > y_2 > 0$ C. $y_2 > 0 > y_1$ D. $0 > y_1 > y_2$

5. 能够用来说明命题 “若 $|a| > 1$ ，则 $a > 1$ ” 是假命题的反例是 ()

A. $a=3$ B. $a=2$ C. $a=-2$ D. $a=-1$

6. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的均分线 AD 交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $CD=2$ ，则 DE 的长为 ()

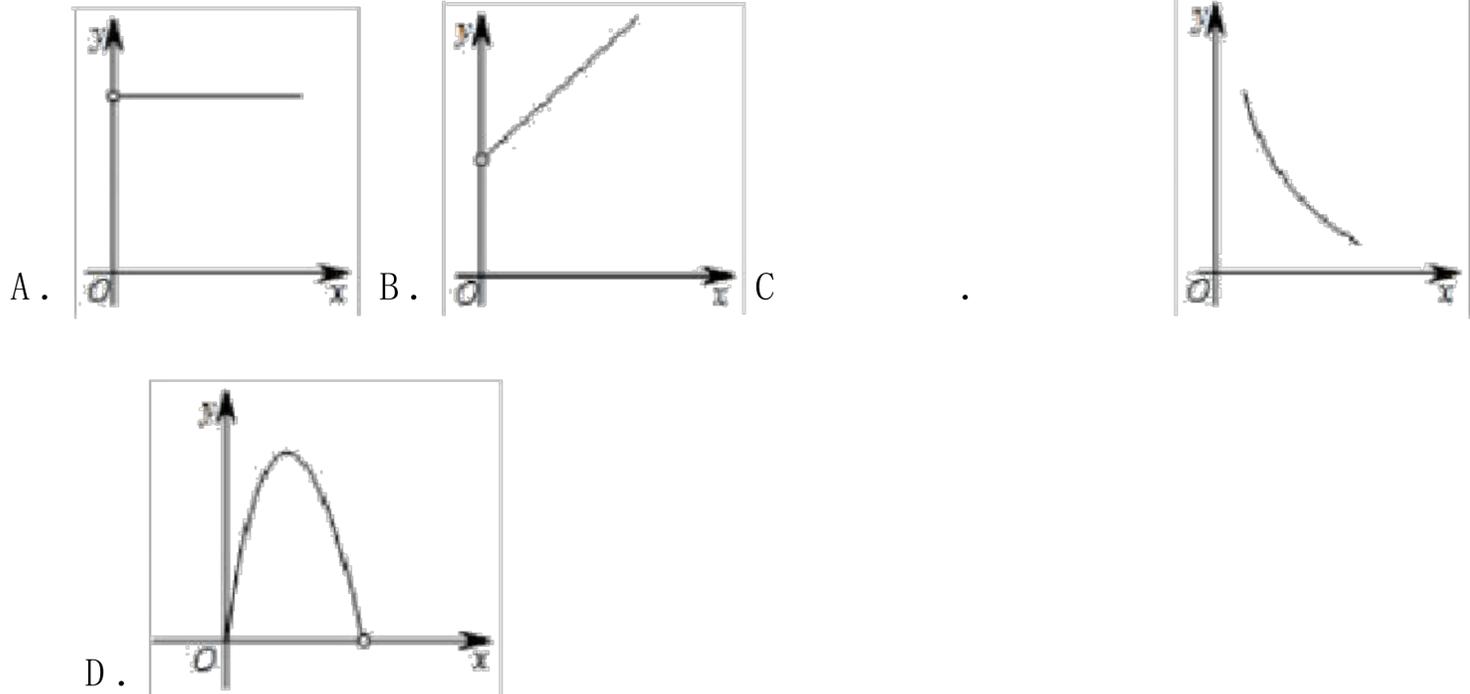


A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

7. 已知 $a > b > 0$ ，那么以下不等式组中无解的是 ()

A. B. C. D.

8. $\triangle ABC$ 中， O 是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角均分线的交点，过点 O 作 $EF \parallel BC$ 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ，已知 $BC=a$ (a 是常数)，设 $\triangle ABC$ 的周长为 y ， $\triangle AEF$ 的周长为 x ，在以下列图象中，大体表示 y 与 x 之间的函数关系的是 ()



9. 等腰 $\triangle ABC$ 的周长为 10，则其腰长 x 的取值范围是 ()

A. $x > 5$ B. $x < 5$ C. $2 < x < 5$ D. $2 \leq x \leq 5$

10. 已知两点 $M(3, 2)$ ， $N(-1, 3)$ ，点 P 是 x 轴上一动点，若使 $PM+PN$ 最短，则点 P 的坐标应为 ()

A. $(0,)$ B. $(, 0)$ C. $(, 0)$ D. $(, 0)$

二、填一填

11. 若等腰三角形的边长分别为 4 和 6，则它的周长为 _____.

12. 若 $x > y$ ，且 $(a-3)x < (a-3)y$ ，则 a 的取值范围为 _____.

13. 已知三角形的三条边分别为， 2， ， 则此三角形的面积为 _____.

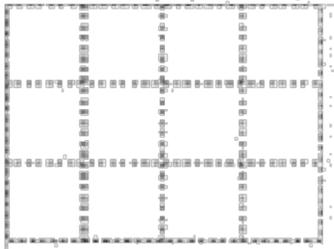
14. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $BC=3$ ，则斜边中线长为 _____.

15. 已知点 $P(a, b)$ 在直线 $y=x-1$ 上，点 $Q(-a, 2b)$ 在直线 $y=x+1$ 上，则代数式 $a^2 - 4b^2 - 1$ 的值为 _____.

16. 在平面直角坐标系中， O 是坐标原点，点 A 的坐标是 $(0, 2)$ ，点 M 在直线 $y = -2x+b$ 上，且 $AM=OM=2$ ，则 b 的值为 _____.

三、全面答一答

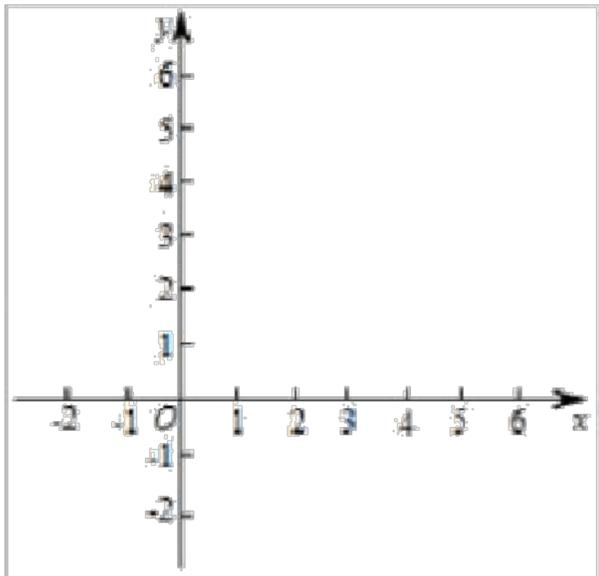
17. 在以下列图的正方形网格中，每个小正方形的边长皆为 1. 请在网格上画出长度分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$ 的线段.



18. 证明命题 “三角形的三内角和为 180° ” 是真命题.

19. 一个长方形的周长是 12 cm, 一边长是 x (cm).

- (1) 求它的另一条边长 y 关于 x 的函数表达式以及 x 的取值范围;
- (2) 请画出这个函数的图象.



20. 已知 $a+1 > 0$, $2a - 2 < 0$.

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 若 $a - b = 3$, 求 $a + b$ 的取值范围.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 关于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$, 给出以下定义: 若是 $y' = -y$, 那么称点 Q 为点 P 的 “关系点”. 比方: 点 $(2, 3)$ 的 “关系点” 为点 $(2, -3)$, 点 $(-2, 3)$ 的 “关系点” 为点 $(-2, -3)$.

- (1) ①点 $(2, 1)$ 的 “关系点” 为 _____;
- ②点 $(3, -1)$ 的 “关系点” 为 _____;
- (2) ①若是点 $P'(-2, 1)$ 是一次函数 $y = x + 1$ 图象上点 P 的 “关系点”, 那么点 P 的坐标为 _____;

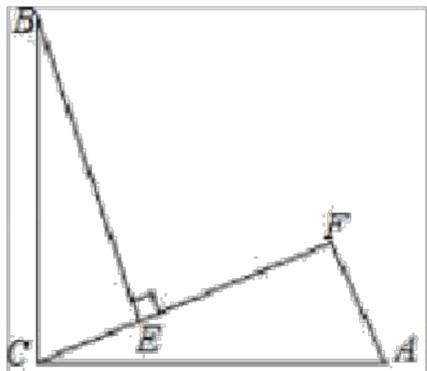
②若是点 $Q'(m, 2)$ 是一次函数 $y = x + 1$ 图象上点 Q 的 “关系点”, 求点 Q 的坐标.

22. 如图, $\angle BCA = 90^\circ$, $AC = BC$, $BE \perp CF$ 于点 E , $AF \perp CF$ 于点 F , 其中 $0^\circ < \angle ACF < 45^\circ$.

(1) 求证: $\triangle BEC \cong \triangle CFA$;

(2) 若 $AF=5$, $EF=8$, 求 BE 的长;

(3) 连接 AB , 取 AB 的中点为 Q , 连接 QE , QF , 判断 $\triangle QEF$ 的形状, 并说明原由.



23. 直线 $y=x+b$ ($b>0$) 与 x , y 轴分别交于 A , B 两点, 点 A 的坐标为 $(-6, 0)$, 过点 B 的另条直线交 x 轴正半轴于点 C , 且 $\angle BAC = \angle BCF$.

(1) 求点 B 的坐标及直线 BC 的解析式;

(2) 在线段 OB 上存在点 P , 使点 P 到点 B , C 的距离相等, 求出点 P 坐标;

(3) 在 x 轴上方存在点 D , 使以点 A , B , D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等, 画出 $\triangle ABD$ 并请直接写出点 D 的坐标.

2016-2017 学年浙江省杭州市西湖区八年级（上）期末数学试卷

参照答案与试题解析

一、仔细选一选

1. 点 $(-3, 2)$ 在第 () 象限.

A. 一 B. 二 C. 三 D. 四

【解析】 依照各象限内点的坐标特点解答即可.

【解答】 解：点 $(-3, 2)$ 在第二象限，

应选： B.

【谈论】 此题观察了各象限内点的坐标的符号特点， 记住各象限内点的坐标的符号是解决的要点， 四个象限的符号特点分别是： 第一象限 $(+, +)$ ； 第二象限 $(-, +)$ ； 第三象限 $(-, -)$ ； 第四象限 $(+, -)$.

2. 在直角坐标系中与 $(2, -3)$ 在同一个正比率函数图象上的是 ()

(A. $(2, 3)$ B. $(-2, -3)$ C. $(4, -6)$ D. $(-4, -6)$)

【解析】 依照点的坐标利用待定系数法即可求出正比率函数解析式， 再依照一次函数图象上点的坐标特点比较四个选项即可得出结论.

【解答】 解： 设正比率函数解析式为 $y=kx$ ，

将 $(2, -3)$ 代入 $y=kx$ ，

$-3=2k$ ， 解得： $k=-\frac{3}{2}$ ， \therefore 正比率

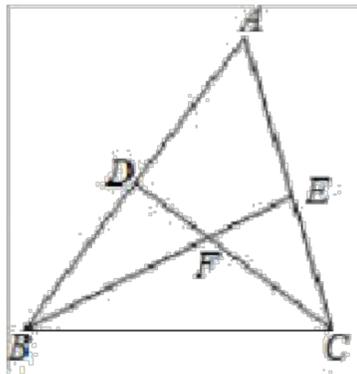
函数的解析式为 $y=-\frac{3}{2}x$

比较四个选项中点的坐标即可得出 C 选项中的点在该比率函数图象上. 应选 C.

【谈论】 此题观察了待定系数法求正比率函数解析式以及一次函数图象上点的坐标特点， 依照点的坐标利用待定系数法求出正比率函数解析式是解题的要点.

3. 如图， 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B$ 、 $\angle C$ 的均分线 BE ， CD 订交于点 F ， $\angle A=60^\circ$ ， 则 \angle

$BFC= ()$



A. 118° B. 119° C. 120° D. 121°

【解析】 依照角均分线的定义可得出 $\angle CBF = \angle ABC$ 、 $\angle BCF = \angle ACB$ ，再依照内角和定理结合 $\angle A = 60^\circ$ 即可求出 $\angle BFC$ 的度数。

【解答】 解： $\because \angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的均分线 BE 、 CD 订交于点 F ，

$\therefore \angle CBF = \angle ABC$ ， $\angle BCF = \angle ACB$ ，

$\because \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle BFC = 180^\circ - (\angle CBF + \angle BCF) = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) = 120^\circ$ 。

应选 C。

【谈论】 此题观察了三角形内角和定理，依照角均分线的定义结合三角形内角和定理求出角的度数是解题的要点。

4. 已知 $(-1, y_1)$ ， $(1, y_2)$ 是直线 $y = -9x + 6$ 上的两个点，则 y_1, y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 > 0 > y_2$ B. $y_1 > y_2 > 0$ C. $y_2 > 0 > y_1$ D. $0 > y_1 > y_2$

【解析】 直接把 $(-1, y_1)$ ， $(1, y_2)$ 代入直线 $y = -9x + 6$ ，求出 y_1, y_2 的值，再

比较大小即可。

【解答】 解： $\because (-1, y_1)$ ， $(1, y_2)$ 是直线 $y = -9x + 6$ 上的两个点，

$\therefore y_1 = 9 + 6 = 15$ ， $y_2 = -9 + 6 = -4$ ，

$\because -4 < 0 < 15$ ，

$\therefore y_1 > 0 > y_2$ 。

应选 A。

【谈论】 此题观察的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标必然适合此函数的解析式是解答此题的要点。

5. 能够用来说明命题 “若 $|a| > 1$ ，则 $a > 1$ ” 是假命题的反例是 ()

- A. $a=3$ B. $a=2$ C. $a=-2$ D. $a=-1$

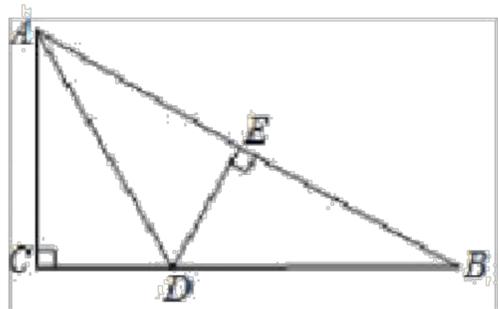
【解析】说明命题为假命题，反例满足条件，但不能够满足结论，利用此方法可得到 $a=-2$ 。

【解答】解：说明命题 “若 $|a| > 1$ ，则 $a > 1$ ” 是假命题的反例时， a 取满足 $|a| > 1$ 但不满足 $a > 1$ 的值。

故选 C。

【谈论】此题观察了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题。命题的“真”“假”是就命题的内容而言。任何一个命题非真即假。要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只要举出一个反例即可。

6. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle CAB$ 的均分线 AD 交 BC 于点 D ， $DE \perp AB$ 于点 E ，若 $CD=2$ ，则 DE 的长为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【解析】依照角均分线的性质定理解答即可。

【解答】解： $\because AD$ 是 $\angle CAB$ 的均分线， $\angle C=90^\circ$ ， $DE \perp AB$ ，
 $\therefore DE=DC=2$ 。

故选：A。

【谈论】题观察的是角均分线的性质，掌握角的均分线上的点到角的两边的距离相等是解题的要点。

7. 已知 $a > b > 0$ ，那么以下不等式组中无解的是 ()

- A. B. C. D.

【解析】由各个选项能够获取 x 的解集，尔后依照 $a > b > 0$ ，可知哪个选项不成立，此题得以解决。

【解答】解：∵ $a > b > 0$,

∴ 由 A 知， $-b < x < a$ 成立；

由 B 知 $-a < x < -b$ 成立；

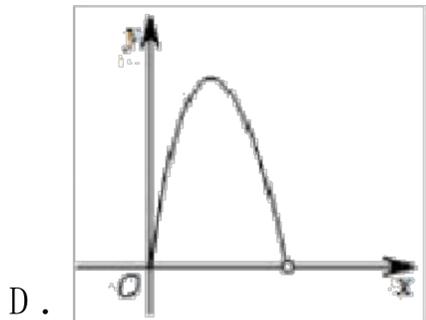
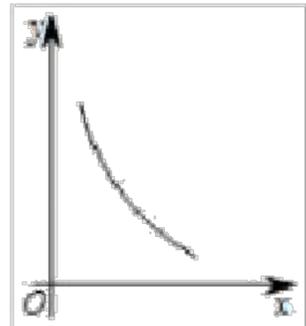
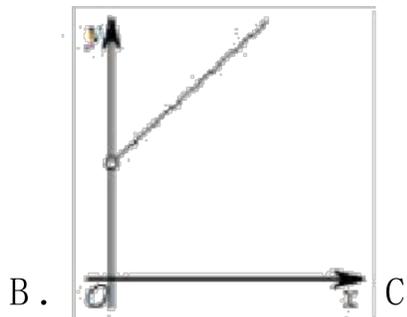
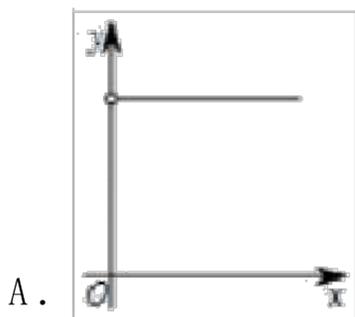
由 C 知 $-a < x < b$ 成立；

由 D 知 $a < x < -b$ 不成立；

故选 D.

【谈论】此题观察不等式的解集，解题的要点是明确不等式的解集成立的条件，要吻合题意.

8. $\triangle ABC$ 中， O 是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的角均分线的交点，过点 O 作 $EF \parallel BC$ 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ，已知 $BC=a$ (a 是常数)，设 $\triangle ABC$ 的周长为 y ， $\triangle AEF$ 的周长为 x ，在以下列图象中，大体表示 y 与 x 之间的函数关系的是 ()



【解析】由于点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心，依照内心的性质获取 OB 、 OC 分别均分 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ ，又 $EF \parallel BC$ ，可获取 $\angle 1 = \angle 3$ ，则 $EO = EB$ ，同理可得 $FO = FC$ ，再依照周长的所以可获取 $y = x + a$ ，($x > 0$)，即它是一次函数，即可获取正确选项.

【解答】解：如图，∵ 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心，

∴ $\angle 1 = \angle 2$,

又∵ $EF \parallel BC$ ，

∴ $\angle 3 = \angle 2$,

∴ $\angle 1 = \angle 3$,

$$\therefore EO=EB \quad ,$$

同理可得 $FO=FC$ ，

$$\therefore x=AE+EO+FO+AF \quad ,$$

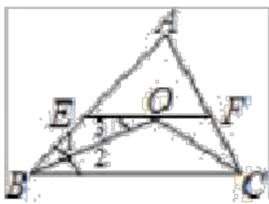
$$y=AE+BE+AF+FC+BC \quad ,$$

$$\therefore y=x+a \quad , \quad (x > 0) \quad ,$$

即 y 是 x 的一次函数，

所以 B 选项正确。

应选 B.



【谈论】 此题观察了一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$, k , b 为常数) 的图象和性质以及内心的性质和平行线的性质，正确得出函数关系式是解题要点。

9. 等腰 $\triangle ABC$ 的周长为 10，则其腰长 x 的取值范围是 ()

A. $x > 5$ B. $x < 5$ C. $2 < x < 5$ D. $2 \leq x \leq 5$

【解析】 依照三角形的性质，两边之和大于第三边列出不等式可求出腰长的取值范围。

【解答】 解：设腰长为 x 则底边长为 $10-2x$ ，依题意得：，解得 $2 < x < 5$ 。

应选 C.

【谈论】 此题观察的是等腰三角形的性质，依照三角形两边的和大于第三边列出不等式组即可。

10. 已知两点 $M(3, 2)$ ， $N(-1, 3)$ ，点 P 是 x 轴上一动点，若使 $PM+PN$ 最短，则点 P 的坐标应为 ()

A. $(0,)$ B. $(, 0)$ C. $(, 0)$ D. $(, 0)$

【解析】 先求得 M 的对称点 M' 的坐标，依照两点的坐标代入一次函数解析式中，确定一次函数解析式，尔后依照点 P 在 x 轴上，则其纵坐标是 0，求出横坐标即可。

【解答】 解：作 M 点关于 x 轴的对称点 M' ，

$\because M(3, 2), \therefore M'$

$(3, -2),$

设直线 $M'N$ 的解析式为 $y=kx+b,$

$\therefore,$

解得，

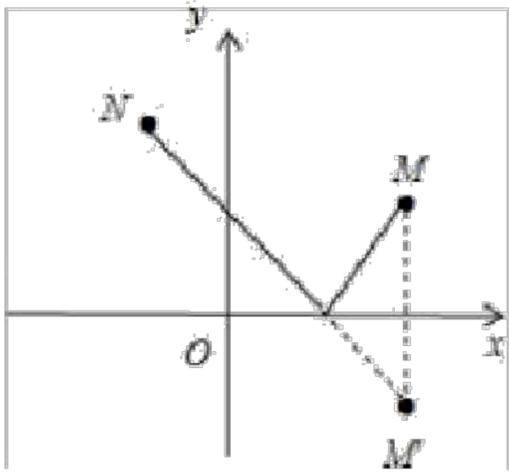
\therefore 直线 $M'N$ 的解析式为 $y=-x+3,$

$\because P$ 的纵坐标为 0

$\therefore -x+3=0,$ 解得 $x=3,$

$\therefore P(3,$

$0).$ 故选 $D.$



【谈论】 此题观察了最短路径问题和用待定系数法求一次函数解析式，判断出 $M、P、N$ 三点共线时 MN 最小是解题的要点。

二、填一填

11. 若等腰三角形的边长分别为 4 和 6 ，则它的周长为 16 或 14。

【解析】 由于题中没有指明哪边是底哪边是腰，则应该分两种情况进行解析。

【解答】 解：当 4 是底时，三边为 $4, 6, 6$ ，能组成三角形，周长为 $4+6+6=16$ ；

当 6 是底时，三边为 $4, 4, 6$ ，能组成三角形，周长为 $4+4+6=14$ 。故
周长为 16 或 14 。

故答案为： 16 或 14 。

【谈论】 此题观察的是等腰三角形的性质和三边关系，解答此题时注意分类谈论，不要漏解。

12. 若 $x > y$ ，且 $(a-3)x < (a-3)y$ ，则 a 的取值范围为 $a < 3$.

【解析】 依照不等式的性质，可得答案.

【解答】 解：由不等号的方向改变，得

$$a - 3 < 0,$$

解得 $a < 3$,

故答案为： $a < 3$.

【谈论】 此题观察了不等式的性质，利用不等式两边乘（或除以）同一个负数，不等号的方向改变是解题要点.

13. 已知三角形的三条边分别为， 2 ， 2 ， $2\sqrt{2}$ ，则此三角形的面积为 2 .

【解析】 已知三角形三边长，利用勾股定理逆定理求证此三角形是直角三角形，尔后依照三角形面积公式即可求得面积. 【解答】 解： $\because 2^2 + 2^2 = (2\sqrt{2})^2$,

\therefore 此三角形为直角三角形，

\therefore 此三角形的面积为： $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$.

故答案为： 2 .

【谈论】 此题主要观察学生对勾股定理逆定理的理解和掌握， 解答此题的要点是利用勾股定理逆定理求证此三角形是直角三角形.

14. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $BC=3$ ， 则斜边中线长为 2.5 或 2.5 .

【解析】 分两种情况：① AB 为斜边时；② AB 和 BC 为直角边长时，在直角三角形中，已知两直角边依照勾股定理能够求得斜边的长度； 依照斜边的中线长等于斜边长的一半即可解题.

【解答】 解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB=5$ ， $BC=3$ ，

① AB 为斜边时，斜边中线长为 $AB=2.5$;

② AB 和 BC 为直角边长时，

由勾股定理得：斜边长 $=4$,

则斜边中线长为 $AC=2$;

故答案为： 2.5 或 2 .

【谈论】 此题观察了勾股定理在直角三角形中的应用，观察了斜边中线长是斜边长的一半的性质，进行分类谈论是解题的要点。

15. 已知点 $P(a, b)$ 在直线 $y=x-1$ 上，点 $Q(-a, 2b)$ 在直线 $y=x+1$ 上，则代数式 $a^2 - 4b^2 - 1$ 的值为 1。

【解析】 将点的坐标代入直线中可得出关于 a, b 的二元一次方程组，解方程即可得出 a, b 的值，将其代入代数式 $a^2 - 4b^2 - 1$ 中，即可得出结论。

【解答】 解：由已知得：
解得：

$$\therefore a^2 - 4b^2 - 1 = -4 \times -1 = 1.$$

故答案为：1.

【谈论】 此题观察了一次函数图象上点的坐标特点以及解二元一次方程组，解题的要点是求出 a, b 的值。此题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，由点在直线上得出方程（或方程组）是要点。

16. 在平面直角坐标系中， O 是坐标原点，点 A 的坐标是 $(0, 2)$ ，点 M 在直线 $y = -2x + b$ 上，且 $AM = OM = 2$ ，则 b 的值为 $1 - 2$ 或 $1 + 2$ 。

【解析】 依照题意画出图形， $\therefore \triangle OAM$ 是等边三角形，易知 M $(, 1)$ 或 $(-, 1)$ ，利用待定系数法即可解决问题。

【解答】 解：如图， $\because AM = OM = OA = 2$ ，

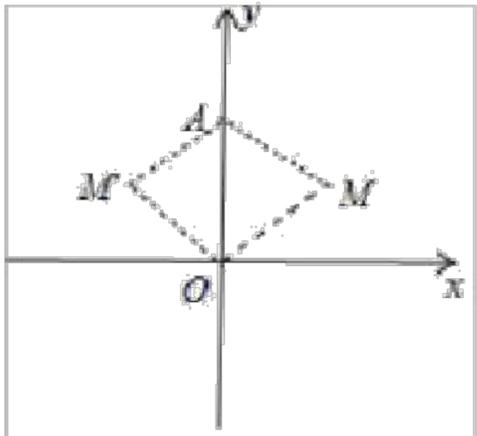
$\therefore \triangle OAM$ 是等边三角形，

易知 M $(, 1)$ 或 $(-, 1)$

当 M $(, 1)$ 时， $1 = 2 + b$ ，解得 $b = 1 - 2$ ，

当 M $(-, 1)$ 时， $1 = -2 + b$ ，解得 $b = 1 + 2$ ，

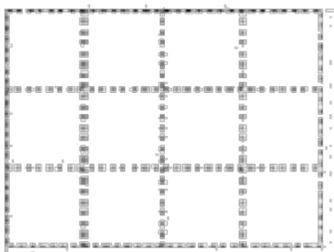
故答案为： $1 - 2$ 或 $1 + 2$ 。



【谈论】此题观察的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标必然适合此函数的解析式是解答此题的要点。

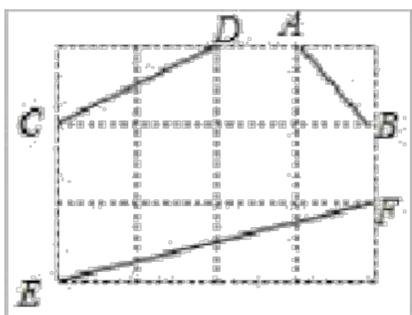
三、全面答一答

17. 在以下列图的正方形网格中，每个小正方形的边长皆为 1. 请在网格上画出长度分别为 $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{17}$ 的线段.



【解析】由勾股定理得出： $\sqrt{2}$ 是直角边长为 1, 1 的直角三角形的斜边； $\sqrt{5}$ 是直角边长为 1, 2 的直角三角形的斜边； $\sqrt{17}$ 是直角边长为 1, 4 的直角三角形的斜边. 【解答】解：以下列图，图中的 AB, CD, EF 即为所求，

$AB = \sqrt{2}$, $CD = \sqrt{5}$, $EF = \sqrt{17}$.



【谈论】此题观察了勾股定理；解决此题的要点是找到无理数是直角边长为哪两个有理数的直角三角形的斜边长.

18. 证明命题 “三角形的三内角和为 180° ” 是真命题.

【解析】先写出已知、求证，尔后作射线 BD，过 C 点作 $CE \parallel AB$ ，利用平行线的性质把三角形三个角转变到一个平角的地址，尔后依照平角的定义可判断三角形的三内角和为 180° .

【解答】 已知： $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 为 $\triangle ABC$ 的三个内角，求证： $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，

证明：作射线 BD ，过 C 点作 $CE \parallel AB$ ，如图，

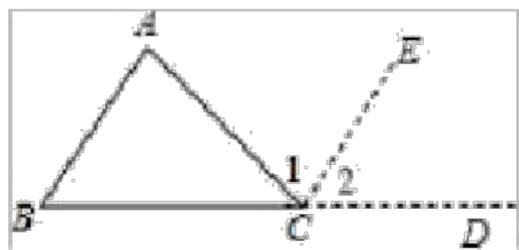
$\because CE \parallel AB$ ，

$\therefore \angle 1 = \angle A$ ， $\angle 2 = \angle B$ ，

而 $\angle C + \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 。

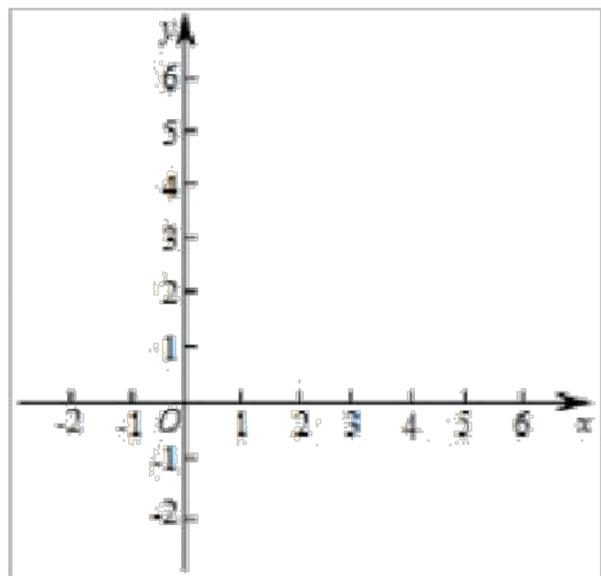
所以命题“三角形的三内角和为 180° ”是真命题。



【谈论】 此题观察了命题与定理：判断事物的语句叫命题；正确的命题称为真命题，错误的命题称为假命题；经过推理论证的真命题称为定理。

19. 一个长方形的周长是 12 cm ，一边长是 $x(\text{ cm})$ 。

- (1) 求它的另一条边长 y 关于 x 的函数表达式以及 x 的取值范围；
- (2) 请画出这个函数的图象。



【解析】 (1) 依照长方形的周长公式，可得答案。

(2) 由 (1) 中的函数解析式画出函数图象即可。

【解答】 解：(1) 由周长为 12 cm 的长方形的一边长是 $x(\text{ cm})$ ，得 $y = -x + 6$ ，即 $y = 6 - x$ 。

由于，

所以 $0 < x < 6$.

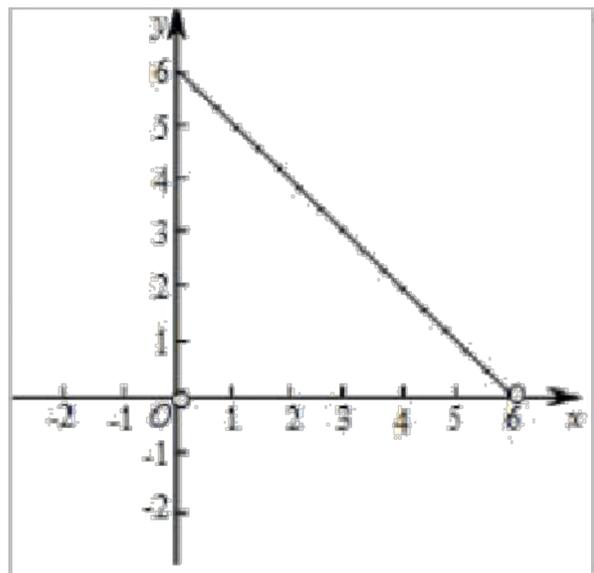
(2) 由 (1) 知, $y = 6 - x$ ($0 < x <$

6). 当 $x=0$ 时, $y=6$,

当 $y=0$ 时, $x=6$,

即该直线经过点 (0, 6) 和 (6,

0). 故其函数图象以下列图:



【谈论】 此题观察了一次函数的应用和函数自变量的取值范围, 利用矩形周长公式得出不等式组是解题要点.

20. 已知 $a+1 > 0$, $2a - 2 < 0$.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 若 $a - b = 3$, 求 $a + b$ 的取值范围.

【解析】 (1) 解两个不等式组成的方程组即可求得 a 的范围;

(2) 依照 $a - b = 3$ 可得 $b = a - 3$, 则 $a + b = 2a - 3$, 尔后依照 a 的范围即可求解. **【解答】** 解: (1) 依照题意得,

解①得 $a > -1$,

解②得 $a < 1$,

则 a 的范围是 $-1 < a < 1$;

(2) $\because a - b = 3$,

$\therefore b = a - 3$,

$$\therefore a+b=2a-3,$$

$$\therefore -5 < 2a-3 < -1, \text{ 即 } -5 < a+b < -1.$$

【谈论】此题观察了不等式组的解法以及不等式的性质，把 $a+b$ 利用 a 表示是要点。

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，关于点 $P(x, y)$ 和 $Q(x, y')$ ，给出以下定义：若是 $y' = -y$ ，那么称点 Q 为点 P 的“关系点”。比方：点 $(2, 3)$ 的“关系点”为点 $(2, -3)$ ，点 $(-2, 3)$ 的“关系点”为点 $(-2, -3)$ 。

(1) ①点 $(2, 1)$ 的“关系点”为 $(2, -1)$ ；

②点 $(3, -1)$ 的“关系点”为 $(3, 1)$ ；

(2) ①若是点 $P'(-2, 1)$ 是一次函数 $y=x+1$ 图象上点 P 的“关系点”，那么点 P 的坐标为 $(-2, -1)$ ；

②若是点 $Q'(m, 2)$ 是一次函数 $y=x+1$ 图象上点 Q 的“关系点”，求点 Q 的坐标。【解析】(1) ①②依照关系点的定义解答即可；(2) ①依照关系点的定义解答即可；

②由题意点 Q 是纵坐标为 2 或 -2 ，由此就考认识决问

题。【解答】解：(1) ①点 $(2, 1)$ 的“关系点”为

$(2, -1)$ ；②点 $(3, -1)$ 的“关系点”为 $(3, 1)$ ；

故答案为 $(2, -1)$ ， $(3, 1)$ ；

(2) ①∵点 $P'(-2, 1)$ 是一次函数 $y=x+1$ 图象上点 P 的“关系点”，∴ $P(-2, -1)$ ；

故答案为 $(-2, -1)$ ；

②由题意点 Q 是纵坐标为 2 或 -2 ，

∴ $Q(1, 2)$ ，或 $(-3, -2)$ 。

【谈论】此题观察一次函数图象上的坐标的特点，“关系点”的定义等知识，解题的要点是理解题意，灵便运用所学知识解决问题，属于中考创新题目。

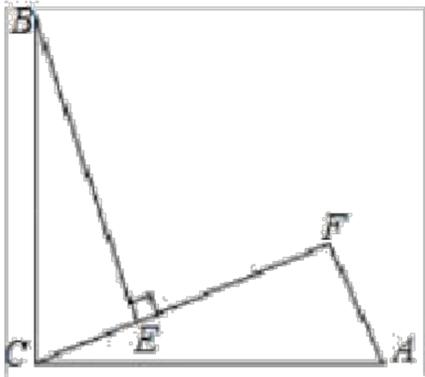
22. 如图， $\angle BCA=90^\circ$ ， $AC=BC$ ， $BE \perp CF$ 于点 E ， $AF \perp CF$ 于点 F ，其中 $0^\circ < \angle ACF$

$< 45^\circ$.

(1) 求证: $\triangle BEC \cong \triangle CFA$;

(2) 若 $AF=5$, $EF=8$, 求 BE 的长;

(3) 连接 AB , 取 AB 的中点为 Q , 连接 QE , QF , 判断 $\triangle QEF$ 的形状, 并说明原由.



【解析】(1) 第一证明 $\angle B = \angle ACF$, 即可依照 AAS 证明两三角形全等.

(2) 由 $\triangle BEC \cong \triangle CFA$, 推出 $AF=CE=5$, $BE=CF$, 由 $CF=CE+EF=5+8=13$, 即可解决问题.

(3) $\triangle QEF$ 是等腰直角三角形. 如图, 由此 EQ 交 AF 的延长线于 M . 只要证明 $\triangle BQE \cong \triangle AQM$, 即可解决问题.

【解答】(1) 证明: $\because \angle BCA = \angle BEC = \angle F = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCE + \angle B = 90^\circ$, $\angle BCE + \angle ACF = 90^\circ$,

$\therefore \angle B = \angle ACF$,

在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle CFA$ 中,

,

$\therefore \triangle BEC \cong \triangle CFA$.

解: (2) $\because \triangle BEC \cong \triangle CFA$,

$\therefore AF=CE=5$, $BE=CF$,

$\because CF=CE+EF=5+8=13$,

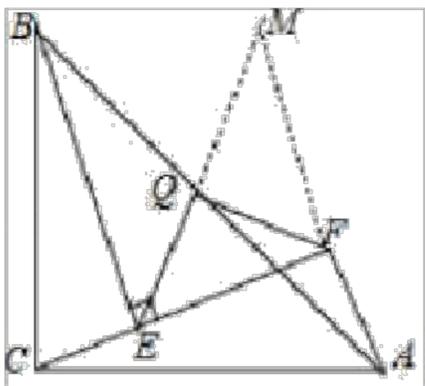
$\therefore BE=13$.

(3) 结论: $\triangle QEF$ 是等腰直角三角形.

原由: 如图, 由此 EQ 交 AF 的延长线于 M .

$\because BE \perp CF$, $AF \perp CF$,

$\therefore BE \parallel AM$,
 $\therefore \angle BEQ = \angle M$,
 在 $\triangle BQE$ 和 $\triangle AQM$ 中,
 ,
 $\therefore \triangle BQE \cong \triangle AQM$,
 $\therefore EQ = QM$, $BE = AM = CF$,
 $\therefore CE = AF$,
 $\therefore FE = FM$,
 $\therefore FQ \perp EM$, $QF = QM = QE$,
 $\therefore \triangle QEF$ 是等腰直角三角形.



【谈论】此题观察全等三角形的判断和性质，等腰直角三角形的判断和性质等知识，解题的要点是学会解题常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型。

23. 直线 $y=x+b$ ($b>0$) 与 x , y 轴分别交于 A , B 两点, 点 A 的坐标为 $(-6, 0)$, 过点 B 的另条直线交 x 轴正半轴于点 C , 且 $\angle ABC = 90^\circ$.

- (1) 求点 B 的坐标及直线 BC 的解析式;
- (2) 在线段 OB 上存在点 P , 使点 P 到点 B , C 的距离相等, 求出点 P 坐标;
- (3) 在 x 轴上方存在点 D , 使以点 A , B , D 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 全等, 画出 $\triangle ABD$ 并请直接写出点 D 的坐标.

【解析】(1) 思想利用待定系数法求出点 B 坐标、点 C 坐标, 再利用待定系数法即可解决问题.

(2) 如图 1 中, 由题意 $PB=PC$, 设 $PB=PC=x$. 在 $Rt\triangle POC$ 中, 利用勾股定理列出方程即可解决问题.

(3) 设点 C 关于直线 AB 的对称点为 D , 则 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$, 求出直线 CD 的解析

式，利用中点坐标公式即可解决问题，再依照对称性可得另一个满足条件的点 D' 坐标.

【解答】解：（1）把 A 的坐标为 $(-6, 0)$ 代入 $y=x+b$ 中，获取 $b=6$,

$$\therefore B(0, 6),$$

$$\therefore =,$$

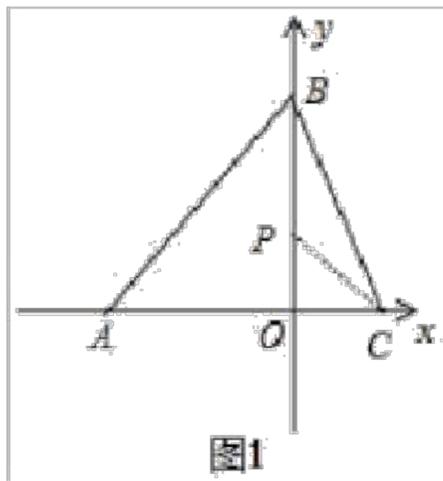
$$\therefore OC=2,$$

$$\therefore C(2, 0),$$

设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$ ，则有，解得，

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y=-3x+6.$$

（2）如图 1 中，由题意 $PB=PC$ ，设 $PB=PC=x$ 。



在 $Rt\triangle POC$ 中， $\because OP=6-x$ ， $PC=x$ ， $OC=2$ ，

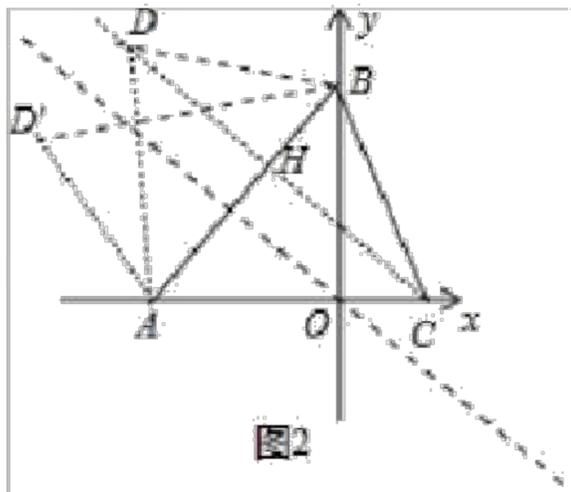
$$\therefore x^2 = (6-x)^2 + 2^2,$$

$$\therefore x=,$$

$$\therefore OP=6- =,$$

$$\therefore P(0,).$$

（3）如图 2 中，



设点 C 关于直线 AB 的对称点为 D ，则 $\triangle ABD \cong \triangle ABC$ ，

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y=x+6$ ，

\therefore 直线 CD 的解析式为 $y=-x+2$ ，

由，解得，

$\therefore H(-2, 4)$ ，

$\therefore DH=HC$ ，

$\therefore D(-6, 8)$ ，

依照对称性点 D 关于直线 $y=-x$ 的对称点 $D'(-8, 6)$ 也满足条件。

综上所述，满足条件的点 D 的坐标为 $(-6, 8)$ 或 $(-8, 6)$ 。

【谈论】 此题观察一次函数综合题、线段的垂直均分线的性质、勾股定理、全等三角形的判断和性质等知识，解题的要点是灵便运用所学知识解决问题，学会成立一次函数利用方程组确定两个函数的图象的交点坐标，属于中考压轴题。