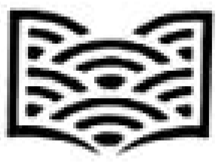
2025-2026…………………

数学试卷

一、选择题：本大题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.（3 分）下列图书馆标志是轴对称图形的是（　　）

A．　B．　C．　D．

2.（3 分）在平面直角坐标系中，点（4，－4）所在的象限是（　　）

A．第一象限　B．第二象限　C．第三象限　D．第四象限

3.（3 分）已知三角形的两边长分别为 3，6，则第三边的长不可能是（　　）

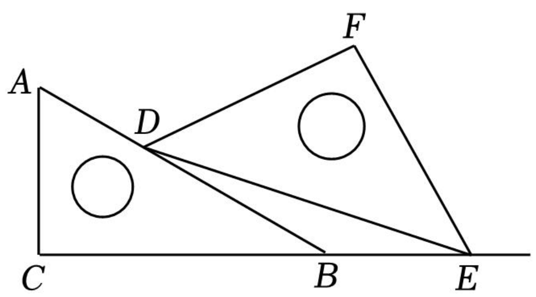
A．4　B．6　C．8.5　D．10

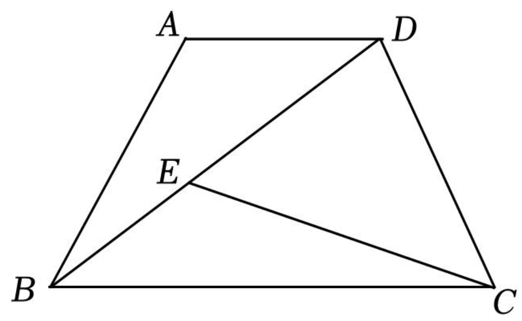
4.（3 分）能说明命题“对于任何实数 x，$x^2>0$”是假命题的一个反例是（　　）

A．－2　B．－1　C．0　D．2

5.（3 分）将一副三角板按照如图方式摆放，点 C、B、E 共线，∠FEB＝63°，则∠EDB 的度数为（　　）

A．12°　B．15°　C．18°　D．22°





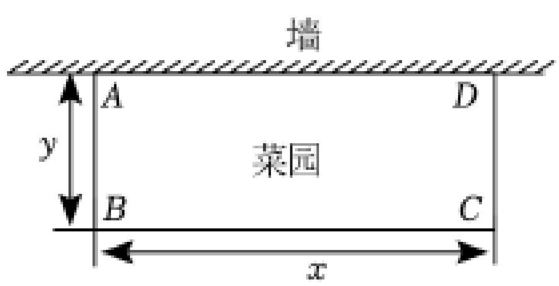
6.（3 分）如图，在四边形 ABCD 中，AD∥BC，连接 BD，取 BE＝AD，连接 CE，下列条件中不一定能判定△ABD≌△ECB 的是（　　）

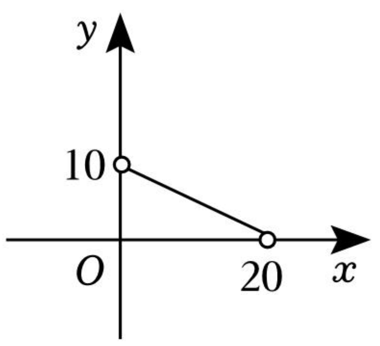
A．BD＝CB　B．AB＝EC　C．∠ABC＝∠DEC　D．∠ABD＝∠ECB

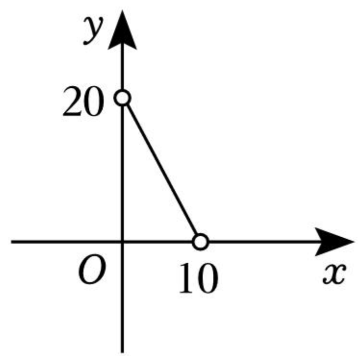
7.（3 分）下列四个不等式中，一定可以推出 a＞b 的是（　　）

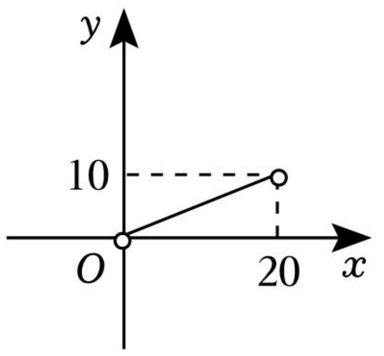
A．ac＞bc　B．a－b＞0　C．a+c＞b－c　D．$\frac{a}{b}>1$

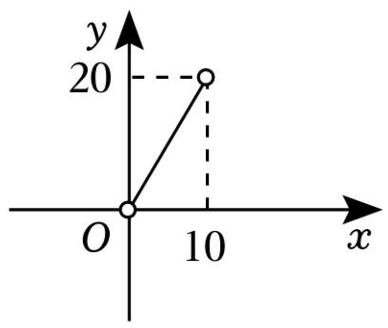
8.（3 分）有一块长方形菜园 ABCD，一边利用足够长的墙，另三边用长度为 20m 的篱笆围成，设长方形的长 BC 为 x m，宽 AB 为 y m，则下列函数图象能反映 y 与 x 关系的是（　　）



A． 

B． 

C． 

D． 

9．（3 分）一次函数 $y=ax+b$（$a<0$）图象过（2，0）点，点（x_1，y_1），（x_2，y_2）在一次函数图象上，且 $x_1>x_2$，则下列判断正确的是（　　）

A．若 $x_2>0$，则 $y_1<0$　　　　B．若 $x_2>2$，则 $y_1<0$

C．若 $x_2<0$，则 $y_1>0$　　　　D．若 $x_2<2$，则 $y_1<0$

10．（3 分）如图，在 Rt△ACB 中，∠ACB ＝90°，按下列步骤作图：

① 分别以点 B，C 为圆心，大于$\frac{1}{2}$BC的长为半径画弧，两弧相交于点 M，N，作直线 MN 交 AB 于点 D；

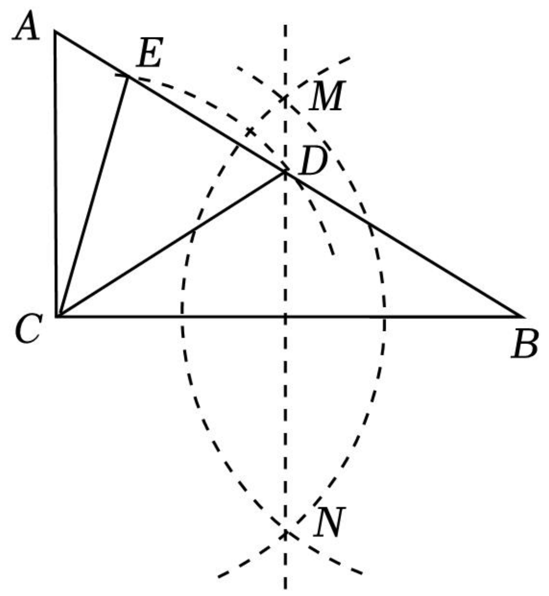
② 以 C 为圆心，CD 长为半径画弧交 AB 于点 E.

方方探究得到以下两个结论：

① △BCE 是等腰△；

② 若 AC ＝6，BC ＝8，则点 E 到 AC 的距离为$\frac{44}{25}$，

则（　　）



A．结论① 正确，结论② 正确

B．结论① 正确，结论② 错误

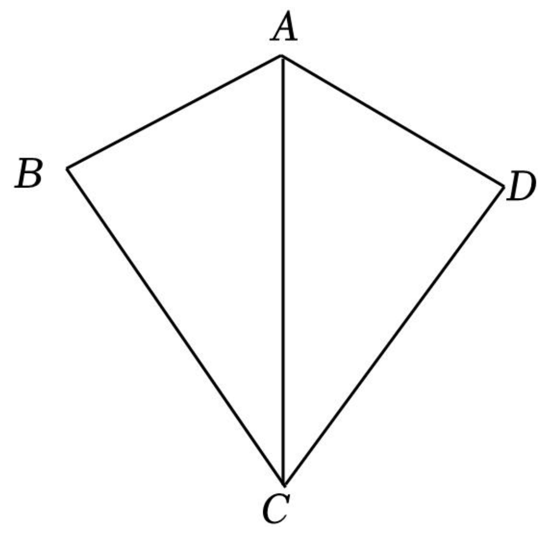
C．结论① 错误，结论② 正确

D．结论① 错误，结论② 错误

二、填空题：本大题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分.

11．（3 分）x 与 3 的和的一半是负数，用不等式表示为____________________

12．（3 分）如图，△ABC 以 AC 所在直线为对称轴作△ADC，∠BAD +∠BCD ＝180°，则∠B＝__________.



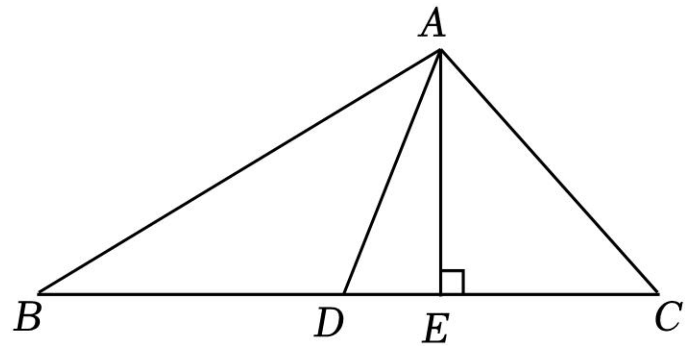
13.（3 分）已知 y 轴负半轴上的点 M（1－a，b－1）到原点的距离为 2，则 a=_______，b =_________.

14.（3 分）一次函数 y=kx－b（k、b 为常数且 k≠0，b≠0）与 y=3x 的图象相交于点 N（m，－6），则关于 x 的方程 kx－b=3x 的解为 x=_________.

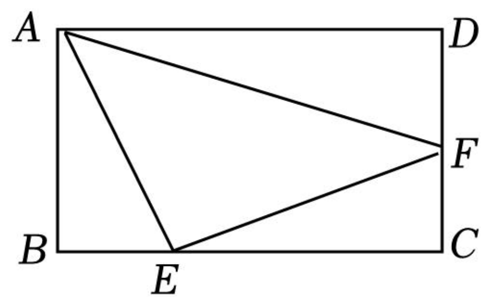
15.（3 分）定义：若一个三角形一边上的中线、高线与这条边有两个交点，这两个交点之间的距离称为这条边上的“中高距”．如图，△ABC 中，AD 为 BC 边上的中线，AE 为 BC 边上的高线，则 DE 的长称为 BC 边上的“中高距”.

（1）若 BC 边上的“中高距”为 0，则△ABC 的形状是 _________三角形；

（2）若∠B=30°，∠C=45°，AB=4，则 BC 边上的“中高距”为 ______________.



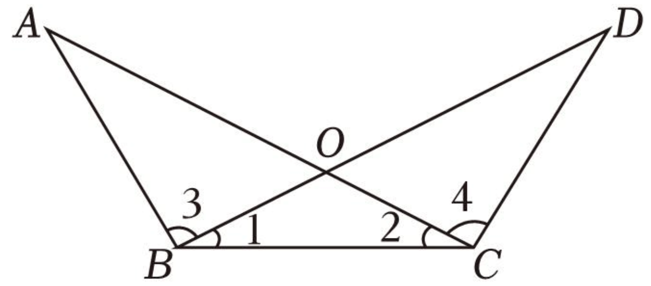
16.（3 分）如图，在长方形 ABCD 中，△AEF 为等腰 Rt△，且∠AEF=90°，点 E 在线段 BC 上，点 F 在线段 CD 上，若 3（AB+BE）=2（AD+DF），则 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{长方形ABCD}}$ =____________________.



三、解答题：本大题有 8 个小题，共 72 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（6 分）解不等式组 $\begin{cases} 2x+2<0 \\ \frac{x-1}{2}\leqslant 2x+4 \end{cases}$，并把不等式组的解集在数轴上表示出来.

18.（6 分）已知：如图，AC 与 DB 相交于点 O，$\angle1=\angle2$，$\angle3=\angle4$，求证：AB＝DC．



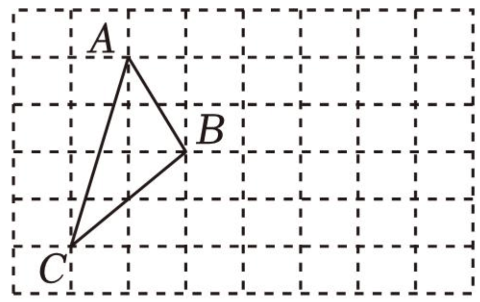
19.（8 分）如图，△ABC 的顶点落在格点上，将△ABC 向右平移 4 个单位长度得到△DEF．

（1）画出△DEF；

（2）若以 A 为原点建立平面直角坐标系.

① 点 B 关于 x 轴的对称点的坐标为 ____________；

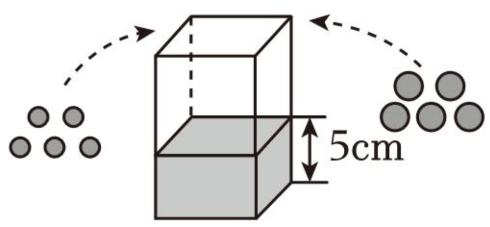
② 若点 M 在 x 轴上，且 MA＝3，求点 M 的坐标.



20.（8 分）如图，有一高度为 20cm 的容器，在容器中倒入 100cm^3 的水，此时刻度显示为 5cm，现将大小规格不同的两种玻璃球放入容器内，观察容器的体积变化测量玻璃球的体积．若每放入一个大玻璃球水面就上升 0.5cm．

（1）求一个大玻璃球的体积；

（2）放入 27 个大玻璃球后，开始放入小玻璃球，若放入 5 颗，水面没有溢出，再放入一颗，水面会溢出容器，求一个小玻璃球体积的范围.



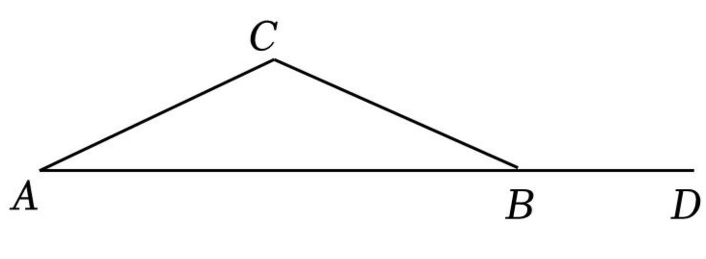
21.（10 分）如图，已知等腰△ABC，AC＝BC，∠CBD 是△ABC 的外角.

（1）尺规作图：作∠CBD 的平分线，与 AC 的延长线交于点 E；

（2）在（1）条件下，设∠CBE 为 α，∠A 为 β.

① 求 β 关于 α 的函数表达式；

② 若△CBE 为等腰三角形，求 α 的值.



22.（10 分）一次函数 $y_1=ax+b$（$a\neq0$）恒过定点（1，0）.

（1）若一次函数 $y_1=ax+b$ 还经过（2，3）点，求 y_1 的表达式；

（2）若有另一个一次函数 $y_2=bx+a$.

① 点 A（m，p）和点 B（n，p）分别在一次函数 y_1 和 y_2 的图象上，求证：$m+n=2$；

② 设函数 $y=y_1-y_2$，当 $-2\leqslant x\leqslant4$ 时，函数 y 有最大值 6，求 a 的值.

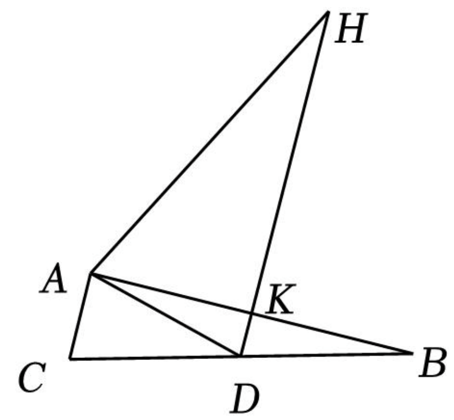
23.（12 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠CAB ＝90°，点 D 是边 BC 的中点，以 AD 为底边向上作等腰△ADH，使得∠ADH ＝∠C，DH 交 AB 于点 K，

（1）若∠B＝20°，求∠H 度数；

（2）若 HD ＝BC .

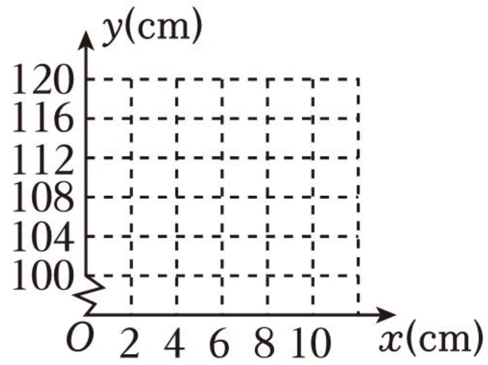
① 求证：AD ＝2AC；

② 设 AC ＝a，求 HK 的长（用含 a 的代数式表示）.



24.（12 分）综合与实践

生活中的数学：如何确定单肩包最佳背带长度	
素材 1	如图是一款单肩包，背带由双层部分、单层部分和调节扣构成．使用时可以通过调节扣加长或缩短单层部分的长度，使背带的总长度加长或缩短（总长度为单层部分与双层部分的长度和，其中调节扣的长度忽略不计）. 
素材 2	对于该背包的背带长度进行测量，设双层的部分长度是 x cm，单层部分的长度是 y cm，得到如下数据： 双层部分长度 x（cm）: 2	6	10	14	a 单层部分长度 y（cm）: 116	108	100	92	70

素材 3	单肩包的最佳背带总长度与身高比例为 2：3
素材 4	小明爸爸准备购买此款背包．爸爸自然站立，将该背包的背带调节到最短提在手上，背带在背包的悬挂点离地面的高度为 53.5cm；已知爸爸的臂展和身高一样，且肩宽为 38cm，头顶到肩膀的垂直高度为总身高的$\frac{1}{8}$. 
任务 1	在平面直角坐标系中，以所测得数据中的 x 为横坐标，以 y 为纵坐标，描出所表示的点，并用光滑曲线连接，根据图象思考变量 x、y 是否满足一次函数关系．如果是，求出该函数的表达式，直接写出 a 值并确定 x 的取值范围． 
任务 2	设人身高为 h，当单肩包背带长度调整为最佳背带总长度时，求此时人身高 h 与这款背包的背带双层部分的长度 x 之间的函数表达式．
任务 3	当小明爸爸的单肩包背带长度调整为最佳背带总长度时．求此时双层部分的长度．

2023-2024学年浙江省杭州市上城区八年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题有10个小题，每小题3分，共30分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.【分析】根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

【解答】解：B，C，D选项中的图形都不能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形；

A选项中的图形能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

故选：A.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

2.【分析】根据平面直角坐标系中每一象限点的坐标特征，即可解答.

【解答】解：在平面直角坐标系中，点（4，﹣4）所在的象限是第四象限，

故选：D.

【点评】本题考查了点的坐标，熟练掌握平面直角坐标系中每一象限点的坐标特征是解题的关键.

3.【分析】设三角形第三边的长是x，由三角形三边关系定理得到$3<x<9$，即可得到答案.

【解答】解：设三角形第三边的长是x，

∴$6-3<x<3+6$，

∴$3<x<9$，

∴第三边的长不可能是10.

故选：D.

【点评】本题考查三角形三边关系，关键是掌握：三角形两边之和大于第三边，三角形的两边差小于第三边.

4.【分析】根据题意，只要举例说明0的平方等于0即可.

【解答】解：A、当$x=-2$时，$x^2=(-2)^2=4>0$，不能说明$x^2>0$是假命题，不符合题意；

B、当 $x=-1$ 时，$x^2=(-1)^2=1>0$，不能说明 $x^2>0$ 是假命题，不符合题意；

C、当 $x=0$ 时，$x^2=0^2=4=0$，能说明 $x^2>0$ 是假命题，符合题意；

D、当 $x=2$ 时，$x^2=2^2=4>0$，不能说明 $x^2>0$ 是假命题，不符合题意；

故选：C．

【点评】本题考查了命题与定理的知识，了解举反例说明命题是假命题是解题的关键.

5.【分析】由 $\angle FEB=63°$，$\angle FED=45°$，结合 $\angle DEB=\angle FEB-\angle FED$，可求出 $\angle DEB$ 的度数，由 $\angle ABC$ 是 $\triangle BDE$ 的外角，再利用三角形的外角性质，即可求出 $\angle EDB$ 的度数.

【解答】解：$\because \angle FEB=63°$，$\angle FED=45°$，

$\therefore \angle DEB=\angle FEB-\angle FED=63°-45°=18°$．

又 $\because \angle ABC$ 是 $\triangle BDE$ 的外角，

$\therefore \angle EDB=\angle ABC-\angle DEB=30°-18°=12°$．

故选：A．

【点评】本题考查了三角形的外角性质，牢记"三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和"是解题的关键.

6.【分析】由全等三角形的判定，即可判断.

【解答】解：$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \angle ADB=\angle EBC$，

A、$BD=CB$，又 $AD=EB$，$\angle ADB=\angle EBC$，由 SAS 判定 $\triangle ABD\cong\triangle ECB$，故 A 不符合题意；

B、$AB=EC$，$\angle ADB$ 和 $\angle EBC$，分别是 AB 和 EC 的对角，不一定能判定 $\triangle ABD\cong\triangle ECB$，故 B 符合题意；

C、由 $AD\parallel BC$，得到 $\angle A+\angle ABC=180°$，而 $\angle BEC+\angle DEC=180°$ 又 $\angle ABC=\angle DEC$，得到 $\angle A=\angle BEC$，由 ASA 判定 $\triangle ABD\cong\triangle ECB$，故 C 不符合题意；

D、$\angle ABD=\angle ECB$，又 $\angle ADB=\angle EBC$，$AD=EB$，由 AAS 判定 $\triangle ABD\cong\triangle ECB$，故 D 不符合题意.

故选：B．

【点评】本题考查全等三角形的判定，关键是掌握全等三角形的判定方法：SAS，ASA，AAS，SSS，HL．

7.【分析】根据不等式的性质逐个判断即可.

【解答】解：A．$ac>bc$，当 $c<0$ 时，$a<b$，故本选项不符合题意；

B．由 $a-b>0$ 可得 $a>b$，故本选项符合题意；

C．$a+c>b-c$ 不能推出 $a>b$，故本选项不符合题意；

D．当 $a<b<0$ 时，$\frac{a}{b}>1$，故本选项不符合题意．

故选：B．

【点评】本题考查了不等式的性质，能熟记不等式的性质的内容是解此题的关键．

8．【分析】根据菜园的三边的和为 20m，进而得出一个 x 与 y 的关系式即可．

【解答】解：根据题意得，菜园三边长度的和为 20m，

即 $2y+x=20$，

所以 $y=-\frac{1}{2}x+10$（$0<x<20$），

所以函数图象能反映 y 与 x 关系的是 A．

故选：A．

【点评】本题考查函数的图象，理解题目中的数量关系，即菜园三边的长度和为 20m 是解决问题的前提．

9．【分析】由 $a<0$，利用一次函数的性质，可得出 y 随 x 的增大而减小，结合 $x_1>x_2>2$，即可得出 $y_1<y_2<0$．

【解答】解：∵$a<0$，

∴y 随 x 的增大而减小，

∵点（x_1，y_1），（x_2，y_2），（2，0）在一次函数 $y=ax+b$ 的图象上，且 $x_1>x_2>2$，

∴$y_1<y_2<0$，

∴若 $x_2>2$，则 $y_1<0$．

故选：B．

【点评】本题考查了一次函数的性质，牢记“$k>0$，y 随 x 的增大而增大；$k<0$，y 随 x 的增大而减小”是解题的关键．

10．【分析】① 错误，理由反证法判断即可；

② 正确．求出 AE，再利用平行线分线段成比例定理求解．

【解答】解：① 错误．当∠B＝30° 时，E，A 重合，△BCE 明显不是等腰三角形；

② 正确．

理由：过点 C 作 CH ⊥AB 于点 H，过点 E 作 EG ⊥AC 于点 G．

∵AC＝6，BC＝8，∠ACB＝90°，

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

$\therefore CH=\frac{AC \cdot BC}{AB}=\frac{6\times 8}{10}=\frac{24}{5}$，

$\therefore AH=\sqrt{AC^2-CH^2}=\sqrt{6^2-(\frac{24}{5})^2}=\frac{18}{5}$，

由作图可知 $DA=DC=DB=5$，

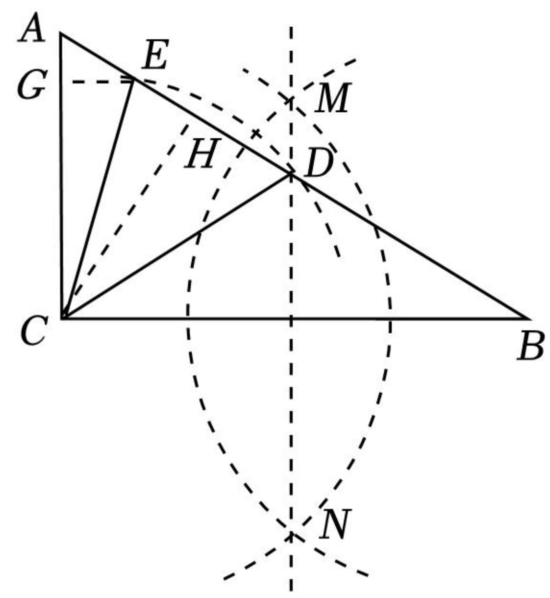
$\because CE=CD=5$，

$\therefore EH=\sqrt{EC^2-CH^2}=\sqrt{5^2-(\frac{24}{5})^2}=\frac{7}{5}$，

$\therefore AE=AH=EH=\frac{18}{5}-\frac{7}{5}=\frac{11}{5}$，

$\because S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot EG=\frac{1}{2}\cdot AE\cdot CH$，

$\therefore EG=\frac{44}{25}$，故② 正确．



故选：C．

【点评】本题考查作图 - 基本作图，线段的垂直平分线的性质，勾股定理等知识，解题的关键是掌握面积法解决问题．

二、填空题：本大题有 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分．

11．【分析】理解：和的一半，应先和，再一半；负数，即小于 0．

【解答】解：根据题意，得$\frac{1}{2}(x+3)<0$．

故答案为：$\frac{1}{2}(x+3)<0$．

【点评】考查了由实际问题抽象出一元一次不等式，找准关键字，把文字语言转换为数学语言．

12．【分析】根据轴对称性质，对应的角相等，$\angle B=180°-(\frac{180°}{2})°=90°$．

【解答】解：$\because \triangle ABC$ 与$\triangle ADC$ 关于 AC 所在直线为对称，

$\therefore \angle BAC=\angle DAC$，$\angle BCA=\angle DCA$，

又$\because \angle BAD+\angle BCD=180°$，

$\therefore \angle BAC+\angle BCA=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle BCD)=90°$，

$\therefore \angle B=180°-90°=90°$．

故答案为：90°．

【点评】本题考查了轴对称性质，轴对称图形的对应角相等，对应边相等．

13.【分析】根据在 y 轴负半轴上的点的坐标特征：横坐标是 0，纵坐标的绝对值是到原点的距离，进行解答即可.

【解答】解：∵点 M 在 y 轴上，

∴1 - a＝0，

又∵点 M 在 y 轴的负半轴上，到原点的距离为 2，

∴b - 1＝ - 2，

解得 a＝1，

b＝ - 1，

故答案为：1， - 1.

【点评】本题考查了坐标与图形的性质，解题的关键是知道点在坐标轴上的特征.

14.【分析】把 N（m， - 6）代入 y＝3x 求出 m，根据 N 点的横坐标，即可求出答案.

【解答】解：把 N（m， - 6）代入 y＝3x 得：3m＝ - 6，

解得 m＝ - 2，

∴N（ - 2， - 6），

∴关于 x 的方程 kx - b＝3x 的解为 x＝ - 2

故答案为： - 2.

【点评】本题考查了一次函数与一元一次方程，一次函数图象上点的坐标特征等知识点，题目具有一定的代表性，难度适中.

15.【分析】(1）利用垂直平分线的性质即可解答；

（2）根据含 30°角的直角三角形的性质求出 AE＝2，BE＝$2\sqrt{3}$，根据等腰直角三角形的性质得 EC＝AE＝2，可得 CD＝$\sqrt{3}+1$，由 DE＝CD - CE 即可求解.

【解答】解：(1）∵BC 边上的“中高距”为 0，

∴△ABCBC 边上的中线、高线重合，

∴AD 垂直平分 BC，

∴AB＝AC，

∴△ABC 的形状是等腰三角形，

故答案为：等腰；

（2）∵AD 为 BC 边上的中线，∠B＝30°，∠C＝45°，AB＝4，

∴$AE=\frac{1}{2}AB=2$，$BE=\sqrt{3}AE=2\sqrt{3}$，$EC=AE$，

∴$EC=AE=2$，

∴$CD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}(2\sqrt{3}+2)=\sqrt{3}+1$，

∴$DE=CD-CE=\sqrt{3}+1-2=\sqrt{3}-1$.

故答案为：$\sqrt{3}-1$.

【点评】本题考查了等腰三角形的判定，含30°角的直角三角形的性质，等腰直角三角形的性质等知识，解题关键是熟练掌握直角三角形的性质.

16.【分析】利用矩形的性质和全等三角形的判定与性质得到△BAE≌△CEF，则AB=EC，BE=FC，代入运算得到AD=2DF，设DF=a，则AD=2a，设BA=x，则BE=BC-AB=2a-x，CF=x-a，利用BE=FC求得AB，利用三角形的面积公式和矩形的面积公式解答即可得出结论.

【解答】解：∵△AEF为等腰Rt△，且∠AEF=90°，

∴AE=EF，∠AEB+∠FEC=90°，

∵四边形ABCD为矩形，

∴∠B=∠C=90°，AD=BC，

∴∠BAE+∠BEA=90°，

∴∠BAE=∠CEF.

在△BAE和△CEF中，

$$\begin{cases}\angle B=\angle C=90^\circ\\ \angle BAE=\angle CEF\\ AE=EF\end{cases}，$$

∴△BAE≌△CEF（AAS），

∴AB=EC，BE=FC.

∵3（AB+BE）=2（AD+DF），

∴3（EC+BE）=2AD+2DF，

∴3AD=2AD+2DF，

∴AD=2DF，

设DF=a，则AD=2a，

设BA=x，则BE=BC-AB=2a-x，CF=x-a，

∴2a-x=x-a，

$\therefore x=\frac{3}{2}a$.

$\because AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{5}a$，

$\therefore AE=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}AF=\frac{\sqrt{10}}{2}a$.

$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{长方形ABCD}}=\frac{\frac{1}{2}AE\cdot EF}{AB\cdot AD}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{10}}{2}a\cdot\frac{\sqrt{10}}{2}a}{2a\cdot\frac{3}{2}a}=\frac{5}{12}$.

故答案为：$\frac{5}{12}$.

【点评】本题主要考查了矩形的性质，等腰直角三角形的性质，全等三角形的判定与性质，直角三角形的性质，勾股定理，熟练掌握矩形的性质和全等三角形的判定与性质是解题的关键.

三、解答题：本大题有 8 个小题，共 72 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

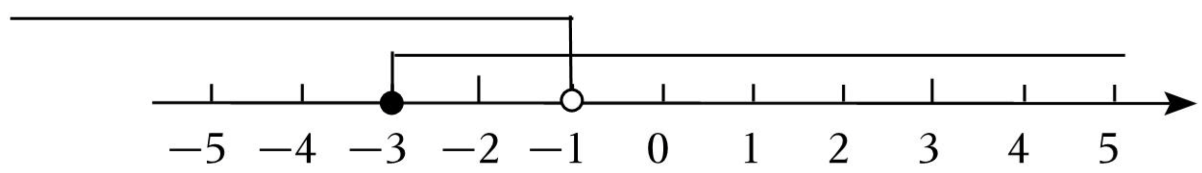
17.【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解：$\begin{cases}2x+2<0①\\ \frac{x-1}{2}\leqslant 2x+4②\end{cases}$，

解不等式① 得：x＜﹣1，

解不等式② 是：x≥﹣3，

其解集在数轴上表示为：



故原不等式组的解集为：﹣3≤x＜﹣1.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到的原则是解答此题的关键.

18.【分析】证明△ABC ≌△DCB （ASA），即可得到结论.

【解答】证明：∵∠1=∠2，∠3=∠4，

∴∠ABC =∠DCB ，

在△ABC 和△DCB 中，

$\begin{cases}\angle ABC=\angle DCB\\ \angle 2=\angle 1\\ BC=CB\end{cases}$

∴△ABC ≌△DCB （ASA），

∴AB＝DC．

【点评】此题考查了全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定定理和性质定理是解题的关键．

19．【分析】（1）利用平移变换的性质分别作出A，B，C的对应点D，E，F即可；

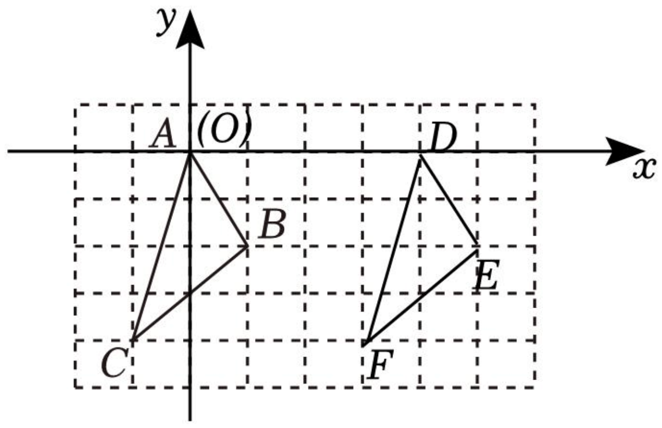
（2）①利用轴对称变换的性质求解；②根据AM＝3，判断即可．

【解答】解：（1）如图，△DEF即为所求；

（2）①点B关于x轴的对称点的坐标为（1，2）．

故答案为：（1，2）；

②若点M在x轴上，MA＝3，点M的坐标（3，0）或（﹣3，0）．



【点评】本题考查作图﹣轴对称变换，平移变换，解题的关键是掌握平移变换，轴对称变换的性质．

20．【分析】（1）利用容器的底面积＝倒入水的体积÷水面的高度，可求出容器的底面积，再利用一个大玻璃球的体积＝容器的底面积×放入一个大玻璃球水面上升的高度，即可求出一个大玻璃球的体积；

（2）设一个小玻璃球的体积是x cm^3，根据"放入27个大玻璃球后，放入5颗小玻璃球，水面没有溢出，再放入一颗小玻璃球，水面会溢出容器"，可列出关于x的一元一次不等式组，解之即可得出结论．

【解答】解：（1）根据题意得：容器的底面积为100÷5＝20（cm^2），

一个大玻璃球的体积为20×0.5＝10（cm^3）．

答：一个大玻璃球的体积为10cm^3；

（2）设一个小玻璃球的体积是x cm^3，

根据题意得：$\begin{cases}100+10\times27+5x\leqslant20\times20\\100+10\times27+6x>20\times20\end{cases}$，

解得：$5<x\leqslant6$．

答：一个小玻璃球体积的大于5cm^3且不大于6cm^3．

【点评】本题考查了一元一次不等式组的应用以及有理数的混合运算，根据各数量之间

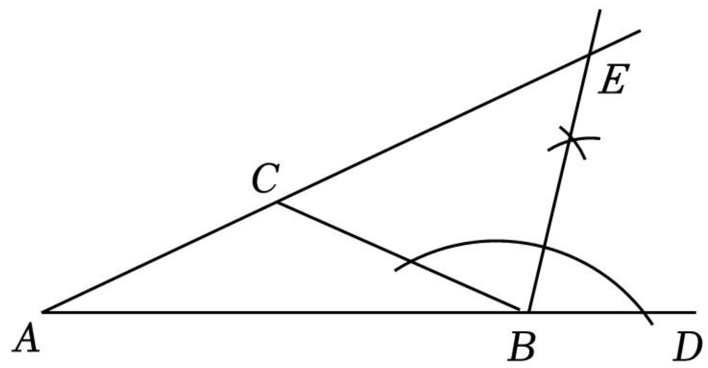
的关系，正确列出一元一次不等式组是解题的关键.

21.【分析】（1）根据要求作出图形；

（2）① 利用角平分线的定义求解即可；

② 由∠EBD =∠EBC >∠AEB，推出两种情形：∠ECB =∠EBC 或∠BCE =∠BEC．分别构建方程求解.

【解答】解：（1）图形如图所示：



（2）① ∵CA =CB，

∴∠A=∠ABC =β,

∴∠CBD =180° - β,

∵BE 平分∠CBD，

∴$\angle CBE=\frac{1}{2}\angle CBD$，

∴$\alpha=\frac{1}{2}(180°-\beta)$,

∴$\alpha=90°-\frac{1}{2}\beta$;

② ∵∠EBD =∠EBC >∠AEB，

∴两种情形：∠ECB =∠EBC 或∠BCE =∠BEC .

∴$2\beta=90°-\frac{1}{2}\beta$,

∴β=36°，

∴α=72°.

或 $90°-\frac{1}{2}\beta=2\beta+2\beta$

∴β=20,

∴α=80°，

综上所述，α的值为 72° 或 80°.

【点评】本题考查作图 - 基本作图，角平分线的定义等腰三角形的性质等知识，解题的关键是理解题意，学会用分类讨论的思想思考问题.

22.【分析】（1）将点（1，0）和点（2，3）代入 $y_1=ax+b$ 之中，求出 a=3，b= - 3，由此可得 y_1 的表达式；

（2）① 根据一次函数 $y_1=ax+b$（a≠0）恒过定点（1，0），得 b= - a，由此得 $y_1=ax-a$，$y_2=-ax+a$，在根据点 A（m，p）和点 B（n，p）分别在一次函数 y_1 和 y_2 的图象

上，得 $p=ma-a$，$p=-na+a$，进而可得 $ma-a=-na+a$，据此即可得出结论；

② 先由① 得 $y_1=ax-a$，$y_2=-ax+a$，在根据 $y=y_1-y_2$，得 $y=2ax-2a$，根据 $a\neq0$，分两种情况讨论如下：（ⅰ）当 $a<0$ 时，对于 $y=2ax-2a$，y 随 x 的增大而减小，因此当 $x=-2$ 时，y 为最大，则 $2a\times(-2)-2a=6$，由此可求出 a 的值；（ⅱ）当 $a>0$ 时，对于 $y=2ax-2a$，y 随 x 的增大而增大，因此当 $x=4$ 时，y 为最大，则 $2a\times4-2a=6$，由此可求出 a 的值，综上所述可得出答案.

【解答】（1）解：∵一次函数 $y_1=ax+b$ 经过点（1，0）和点（2，3），

∴$a+b=0$，$2a+b=3$，解得：$a=3$，$b=-3$，

∴y_1 的表达式为：$y_1=3x-3$；

（2）① 证明：∵一次函数 $y_1=ax+b$（$a\neq0$）恒过定点（1，0），

∴$a+b=0$，

∴$b=-a$，

∴y_1 的表达式为：$y_1=ax-a$，

∵$y_2=bx+a$，

∴$y_2=-ax+a$，

∵点 A（m，p）在一次函数 $y_1=ax-a$ 的图象上，

∴$p=ma-a$，

∵点 B（n，p）在一次函数 $y_2=-ax+a$ 的图象上，

∴$p=-na+a$，

∴$ma-a=-na+a$，

即 $ma+na=2a$，

∵$a\neq0$，

∴$m+n=2$；

② 解：由① 得 $y_1=ax-a$，$y_2=-ax+a$，

∵$y=y_1-y_2$，

∴$y=(ax-a)-(-ax+a)=2ax-2a$，

∵$a\neq0$，

∴有以下两种情况：

（ⅰ）当 $a<0$ 时，

对于 $y=2ax-2a$，y 随 x 的增大而减小，

又∵$-2\leqslant x\leqslant 4$，

∴当$x=-2$时，y为最大，

∴$2a\times(-2)-2a=6$，

解得：$a=-1$

（ii）当$a>0$时，

对于$y=2ax-2a$，y随x的增大而增大，

又∵$-2\leqslant x\leqslant 4$，

∴当$x=4$时，y为最大，

∴$2a\times 4-2a=6$，

解得：$a=1$，

综上所述：当$-2\leqslant x\leqslant 4$时，函数y有最大值6，a的值为-1或1．

【点评】此题主要考查了一次函数的图象和性质，一次函数图象上的点，熟练掌握待定系数法求一次函数的解析式，理解一次函数的性质是解决问题的关键．

23．【分析】（1）先利用直角三角形的两个锐角互余可得$\angle C=70°$，再利用等腰三角形的性质可得$\angle HAD=\angle ADH$，然后利用等量代换可得$\angle HAD=\angle ADH=\angle C=70°$，从而利用三角形内角和定理进行计算即可解答；

（2）①过点H作$AE\perp AD$，垂足为E，根据垂直定义可得$\angle BAC=\angle HED=90°$，然后利用AAS证明$\triangle ACB\cong\triangle EDH$，从而可得$AC=DE$，再根据等腰三角形的三线合一性质可得$AD=2DE$，从而可得$AD=2AC$，即可解答；

②利用①的结论可得$AD=2a$，再利用直角三角形的斜边上的中线性质可得$AD=CD=\frac{1}{2}BC$，从而可得$BC=DH=4a$，$\angle C=\angle CAD$，进而可得$\angle CAD=\angle ADH$，然后利用内错角相等，两直线平行可得$AC\parallel DK$，从而可得点K是AB的中点，进而可得DK是$\triangle ABC$的中位线，再利用三角形的中位线定理可得$DK=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}a$，最后利用线段的和差关系进行计算，即可解答．

【解答】解：（1）∵$\angle CAB=90°$，$\angle B=20°$，

∴$\angle C=90°-\angle B=70°$，

∵$HA=HD$，

∴$\angle HAD=\angle ADH$，

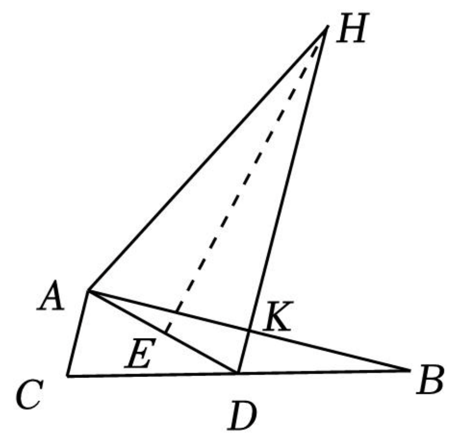
∵$\angle ADH=\angle C$，

∴$\angle HAD = \angle ADH = \angle C = 70°$，

∴$\angle H = 180° - \angle HAD - \angle ADH = 40°$，

∴$\angle H$ 度数为 $40°$；

（2）① 证明：过点 H 作 $AE \perp AD$，垂足为 E，



∴$\angle HED = 90°$，

∵$\angle BAC = 90°$，

∴$\angle BAC = \angle HED = 90°$，

∵$\angle C = \angle ADH$，$HD = BC$，

∴$\triangle ACB \cong \triangle EDH$（AAS），

∴$AC = DE$，

∵$HA = HD$，$HE \perp AD$，

∴$AD = 2DE$，

∴$AD = 2AC$；

② 解：∵$AC = a$，$AD = 2AC$，

∴$AD = 2a$，

∵$\angle CAB = 90°$，点 D 是边 BC 的中点，

∴$AD = CD = \frac{1}{2}BC$，

∴$BC = 2AD = 4a$，

∴$BC = DH = 4a$，

∵$DA = DC$，

∴$\angle C = \angle CAD$，

∴$\angle CAD = \angle ADH$，

∴$AC // DK$，

∴点 K 是 AB 的中点，

∴DK 是$\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DK = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a$，

∴$HK = DH - DK = 4a - \frac{1}{2}a = \frac{7}{2}a$，

∴HK 的长为$\frac{7}{2}a$.

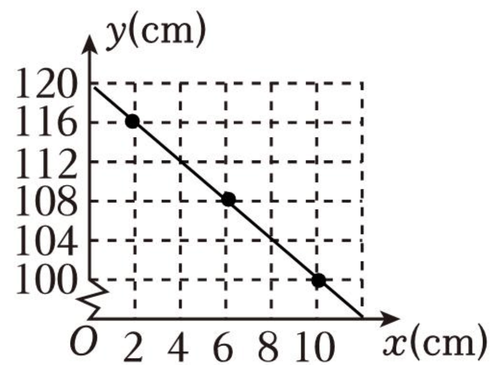
【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质，列代数式，等腰三角形的性质，直角三角形斜边上的中线，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

24.【分析】任务 1：直接描点并作图，利用待定系数法求出函数关系式，并求出 x 的最大值和最小值；当 y＝70 时求出 a 的值即可.

任务 2：根据“背带的总长度为单层部分与双层部分的长度和”和 x 与 y 之间的函数关系式，用含 x 的代数式将背带的总长度表示出来，再由背带总长度与身高的比例关系列出等式，将 h 表示为 x 的函数的形式即可；

任务 3：当背包的背带调节到最短时都为双层部分，求出此时 x 的值，从而求出手离地面的高度；设小明爸爸的身高为未知数，根据臂展与身高的关系及肩宽，将一条胳膊的长度用身高表示出来，头顶到肩膀的垂直高度、一条胳膊的长度、手离地面的高度之和为身高，利用此等量关系列方程求出身高，将其代入任务 2 中得到的函数关系式，求出对应 x 的值即可.

【解答】解：任务 1：描点并作图如图所示：



根据图象可知，变量 x、y 满足一次函数关系.

设 y＝kx+b（k、b 为常数，且 k≠0），

将 x＝2，y＝116 和 x＝10，y＝100 代入 y＝kx+b，

得$\begin{cases}2k+b=116\\10k+b=100\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=-2\\b=120\end{cases}$，

∴y＝﹣2x+120.

将 x＝a 和 y＝70 代入 y＝﹣2x+120，

得﹣2a+120＝70，解得 a＝25；

当背带都为单层部分时，x＝0；

当背带都为双层部分时，y＝0，即﹣2x+120＝0，解得 x＝60，

∴x 的取值范围是 0≤x≤60.

任务 2：∵背带的总长度为单层部分与双层部分的长度和，

∴总长度为﹣2x+120+x＝﹣x+120，

当单肩包背带长度调整为最佳背带总长度时，得$\frac{-x+120}{h}=\frac{2}{3}$，

∴h＝$-\frac{3}{2}$x+180（0≤x≤60）.

任务 3：由素材可知，当背包的背带调节到最短时都为双层部分，即 x＝60，y＝0.

∵背包提在手上，且背包的悬挂点防地面高度为 53.5cm，

∴手到地面的距离为（$\frac{60}{2}$+53.5）cm，即 83.5cm．

设小明爸爸的身高为 h cm．

∵臂展和身高一样，且肩宽为 38cm，

∴小明爸爸一条胳膊的长度为$\frac{h-38}{2}$cm，

∴$\frac{1}{8}h+\frac{h-38}{2}+83.5=h$，解得 $h=172$，

根据任务 2，得 $172=-\frac{3}{2}x+180$，解得 $x=\frac{16}{3}$，

∴此时双层部分的长度为$\frac{16}{3}$cm．

【点评】本题考查一次函数的应用，理解题意、利用待定系数法求函数关系式、求出小明爸爸的身高是本题的关键。